#### Лекция № 2

###### Основные этапы исследования операций.

Каждое операционное исследование проходит последовательно следующие основные этапы: 1) постановка задачи, 2) построение математической модели, 3) нахождение метода решения, 4) проверка и корректировка модели, 5) реализация найденного решения на практике.

**Постановка задачи** – чрезвычайно ответственный этап операционного исследования. Сперва формулируют задачу на языке заказчика. Операционная группа, проводя тщательное изучение и обследование объекта, множества факторов, влияющих на результаты исследования процесса, уточняет задачу. После сбора данных обследования и их анализа операционная группа выделяет совокупность существенных факторов, проводит консультации с заказчиками и уточняет окончательно содержательную (словесную) постановку задачи (если нужно проводит дополнительное обследование).

**Построение математической модели**. Получив строгую, логически непротиворечивую содержательную постановку задачи, нужно построить её (задачи) математическую модель (формализация задачи).

В самом общем случае математическая модель задачи имеет вид

(см. (1)-(2) л. №1) (для определенности Найти

*extr*  max ).

при ограничениях

max *E* 

*f* ( *X* , *Y* )

(1)

где

*E*  *f* ( *X* , *Y* )

*gi* ( *X* , *Y* )  *bi* , *i*  1, *m* ,

- целевая функция (показатель качества или эффективности

системы);

*X* - вектор управляемых переменных;

*Y* - вектор неуправляемых переменных;

*gi* - функция потребления *i*  го ресурса;

*bi* - величина *i*  го ресурса (например, плановый фонд машинного

времени группы токарных автоматов в станко-часах).

**Нахождение метода решения**. Для нахождения

*X* îïò

в (1) в

зависимости от структуры (1) и ограничений применяют те или иные методы теории оптимальных решений, называемые также методами **математического программирования**:

* линейное программирование, если функции от *X* ,*Y* ;
* нелинейное программирование, если функции от *X* ,*Y* ;

*f* ( *X* , *Y* ) ,

*f* ( *X* , *Y* ) ,

*g*( *X* , *Y* )

*g*( *X* , *Y* )

- линейные

* нелинейные
  + динамическое программирование, если

*f* ( *X* , *Y* )

имеет специфическую

структуру, т.е. является аддитивной или мультипликативной функцией от *X* ,*Y* ;

* + стохастическое программирование, когда *Y* - случайная величина, а

вместо функции

*M y* { *f* ( *X* , *Y* )};

*f* ( *X* , *Y* )

рассматривают её математическое ожидание

* + дискретное программирование, если *X* ,*Y* дискретны (например,

целочисленны);

* + эвристическое программирование применяется в тех случаях, когда точный оптимум найти алгоритмическим путем невозможно из-за огромного числа вариантов. В таком случае от поиска оптимального решения отказываются и отыскивают достаточно хорошее (с точки зрения практики) решение, пользуясь специальными приёмами – эвристиками, позволяющими сократить число просматриваемых

вариантов. Эвристические методы также применяют, когда

*R*îïò в

принципе может быть найдено (т.е. задача алгоритмически разрешима),

однако для этого требуются объёмы ресурсов, значительно превышающие наличные (сравни – шахматная игра).

###### Проверка и корректировка модели.

Проверку близости

*X* âûõ.î

и *X* âûõ.ì

производят сравнением при

изменении значений внешних неуправляемых воздействий.

Корректировка может заключаться в:

* дополнительном исследовании объекта;
* уточнении структуры модели;
* изменении параметров (коэффициентов) модели.

Да (модель адекватно)



y

Объект

*X* âûõ.î

*X* âõ

………..



Нет

Модель

*f* ( *X* , *Y* )

*X*

âûõ.ì

Корректировка

   äîï

Регулятор

**Реализация найденного решения на практике** является важнейшим звеном, завершающим операционное исследование. Внедрение можно рассматривать как самостоятельную задачу, применив к ней системный подход и анализ; полученное математическое решение облекают в соответствующую содержательную форму и представляют заказчику в виде инструкций.

###### Типичные классы задач исследования операций

Рассмотрим содержательно некоторые из них.

1. ***Задача управления запасами***: с увеличением запасов увеличиваются расходы на их хранение, но уменьшаются потери из-за их нехватки. Следовательно, одна из задач управления запасами заключается в определении такого уровня запасов, который минимизирует критерий: сумма затрат по хранению запасов, а также потерь из-за их дефицита.
2. ***Задача распределения ресурсов*** возникает, когда существует определенный набор работ (операций), которые необходимо выполнять, а наличных ресурсов для выполнения каждый работы наилучшим образом не хватает.

В зависимости от условий задачи распределения ресурсов делятся на три группы:

а) Заданы и работы, и ресурсы. Распределить ресурсы между работами таким образом, чтобы было **max прибыли** или **min затрат**.

Пример: Известны производственные задание и производственные мощности предприятия. При существующих различных способах получения изделий ограничение по мощности не позволяет для каждого изделия выбрать наилучшую технологию. Какие способы производства надо выбрать для каждого вида изделий, чтобы выполнить задание с минимальными затратами.

б) Заданы только наличные ресурсы. Определить какой состав работ можно выполнить с учетом этих ресурсов, чтобы обеспечить max некоторой меры эффективности.

Пример. Задано предприятие с определенными производственными мощностями. Какую продукцию следует производить, чтобы получить максимальный доход?

в) Заданы только работы. Определить какие ресурсы необходимы для того, чтобы минимизировать суммарные издержки производства.

1. ***Задача массового обслуживания*** рассматривают вопросы образования и функционирование очередей. Очереди возникают из-за того, что поток требований или клиентов на обслуживание не управляем и

случаен. Если количество приборов обслуживания (взлётно-посадочные полосы, каналы связи и т.д.) достаточно велико, то очередь образуется редко, но неизбежны длительные простои оборудования. С другой стороны, при малом количестве приборов создаётся очередь и будут большие потери из-за ожидания в очереди.

Поэтому возможна следующая постановка задачи исследования операций: определить, какое количество приборов обслуживания необходимо, чтобы минимизировать суммарные ожидаемые потери от несвоевременного обслуживания и простоя оборудования.

###### Задачи выбора маршрута, или сетевые задачи возникают при исследовании разнообразных процессов на транспорте и в системах связи.

Типичная задача: Найти некоторый маршрут проезда из пункта А в пункт В при наличии нескольких маршрутов для разных промежуточных пунктов. Стоимость проезда и затрачиваемое на проезд время зависят от выбранного маршрута. Определить наиболее экономичный маршрут по выбранному критерию оптимальности.

Среди этого класса задач наиболее распространенными являются: задачи выбора кратчайшего пути между произвольными пунктами сети, задачи коммивояжера, задача о максимальном потоке. Некоторые из них будут рассмотрены позже.

1. **Комбинированные задачи могут включать в себя несколько типовых моделей задач одновременно.** Например, при планировании и управлении производством приходится решать следующий комплекс задач:
2. сколько изделий каждого типа необходимо выпустить и каковы оптимальные размеры партий изделий (типичная задача планирования производства);
3. распределить производственные заказы по видам оборудования после того, как определен оптимальный план производства (типичная задача распределения);
4. в какой последовательности и когда следует выполнять производственные заказы (типичная задача календарного планирования). Общего метода одновременного оптимального решения трех задач нет.

###### Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте основные этапы исследования операций.
2. Что представляет собой этап математического моделирования?
3. Почему для поиска оптимального решения при операционном исследовании используются методы математического программирования?
4. Для каких моделей исследования операций применяются методы эвристического программирования?
5. Приведите содержательные постановки типичных задач исследования операций (по выбору)